20. Find the area enclosed between the parabola $y = x^2$ and the straight line $2x - y + 3 = 0$.

பரவளைய $y = x^2$ மற்றும் நேர்கோடு $2x - y + 3 = 0$ இடையே உள்ள பகுதியைக் கண்டறியவும்.



APRIL/MAY 2025

23UMA22 — INTEGRAL CALCULUS

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Evaluate $\int x^3 e^x dx$.

$\int x^3 e^x dx$ -ஐ மதிப்பிடவும்.

2. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x dx$.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x dx$ -ஐ மதிப்பிடவும்.

3. Define Multiple Integral.

பல ஒருங்கிணைப்பை வரையறுக்கவும்.

4. State that double integral in polar coordinates.

துருவ ஆயங்களில் இரட்டை ஒருங்கிணைப்பு என கூறுக.

5. Evaluate $\iint xydxdy$.

$\iint xydxdy$ -ஐ மதிப்பிடவும்.

6. Define change of variables.

மாறிகளின் மாற்றத்தை வரையறுக்கவும்.

7. Define beta function.

பீட்டா செயல்பாட்டை வரையறுக்கவும்.

8. Prove that $\Gamma(n+1) = n!$.

$\Gamma(n+1) = n!$ என நிறுவுக.

9. Calculate $\int_1^6 x^2 dx$ by the Trapezoidal rule.

ட்ரேப்சாய்டு விதி மூலம் $\int_1^6 x^2 dx$ -ஐக் கணக்கிடுங்கள்.

10. State that centroid of a solid of revolution.

ஒரு திடமான புரட்சியின் மையப்பகுதி என கூறுக.



19. Evaluate certain definite integrals by using gamma function.

(அ) $\int_0^1 x^7(1-x)^8 dx$.

(ஆ) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7\theta \cos^5\theta d\theta$.

(இ) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10}\theta d\theta$

(ஈ) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\tan\theta d\theta}$.

காமா செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்தி சில திட்டவட்டமான ஒருங்கிணைப்புகளை மதிப்பிடவும்.

(a) $\int_0^1 x^7(1-x)^8 dx$.

(b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7\theta \cos^5\theta d\theta$.

(c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10}\theta d\theta$

(d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\tan\theta d\theta}$.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Find the reduction formula for $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^n x dx$ and hence evaluate I_5.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^n x dx$ -க்கான குறைப்பு சூத்திரத்தைக் கண்டுபிடித்து, I_5 -ஐ மதிப்பிடவும்.

17. State and prove that evaluation of double integral.

இரட்டை ஒருங்கிணைப்பின் மதிப்பீட்டைக் கூறி நிரூபிக்கவும்.

18. State and prove that areas of curved surface.

வளைந்த மேற்பரப்பின் பகுதிகளைக் கூறி நிரூபிக்கவும்.

Shanmuga Industries Arts & Science College T.V.Malai

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Evaluate $\int x^2 e^{-2x} dx$.

$\int x^2 e^{-2x} dx$ -ஐ மதிப்பிடுக.

Or

(b) If $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \cos x dx$ show that $I_n + n(n-1)I_{n-2} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^n$ for $n > 1$. Hence evaluate I_4.

$n > 1$ -க்கு $I_n + n(n-1)I_{n-2} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^n$ என்று $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \cos x dx$ காட்டினால், I_4 -ஐ மதிப்பிடவும்.

12. (a) Evaluate $\iiint xyzdxdydz$ taken through the positive octant of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ கோளத்தின் நேர்மறை எண் மூலம் எடுக்கப்பட்ட $\iiint xyzdxdydz$ -ஐ மதிப்பிடுக.

Or

(b) By changing into polar coordinates evaluate the integral $\int_0^{2a}\int_0^{\sqrt{2ax-x^2}}(x^2+y^2)dxdy$.

துருவ ஆயங்களாக மாற்றுவதன் மூலம் ஒருங்கிணைந்த $\int_0^{2a}\int_0^{\sqrt{2ax-x^2}}(x^2+y^2)dxdy$ -ஐ மதிப்பிடுக.

13. (a) Evaluate $\iiint xyzdxdydz$.

$\iiint xyzdxdydz$ -ஐ கணக்கிடுக.

Or

(b) Find the volume of the paraboloid of revolution $x^2+y^2=4z$ cut off by the plane $z=4$.

$x^2+y^2=4z$ விமானம் $z=4$ மூலம் துண்டிக்கப்பட்ட புரவலாய்டின் அளவைக் கண்டறியவும்.

14. (a) Consider $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

கண்டறியவும் $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

Or

Shanmuga Industries Arts & Science College
T.V.Malai

(b) Express $\int_0^1 x^m(1-x^n)^p dx$ in term of gamma function and evaluate the integral $\int_0^1 x^5(1-x^3)^{10}dx$.

காமா செயல்பாட்டின் $\int_0^1 x^m(1-x^n)^p dx$ -ஐ வெளிப்படுத்தவும் மற்றும் ஒருங்கிணைந்த $\int_0^1 x^5(1-x^3)^{10}dx$ -ஐ மதிப்பிடவும்.

15. (a) Find the area bounded by one arch of the cycloid $x=a(\theta-\sin\theta)$; $y=a(1-\cos\theta)$ and its base.

சைக்ளோயிட் $x=a(\theta-\sin\theta)$; $y=a(1-\cos\theta)$ மற்றும் அதன் அடிப்பகுதியின் ஒரு வளைவால் எல்லைப்படுத்தப்பட்ட பகுதியைக் கண்டறியவும்.

Or

(b) Find the centroid of a uniform solid hemisphere.

ஒரு சீரான திட அரைக்கோளத்தின் மையப்பகுதியைக் கண்டறியவும்.